

OTIMIZAÇÃO DE CONTROLE PID MULTIVARIÁVEL BASEADA EM EVOLUÇÃO DIFERENCIAL: PROJETO E APLICAÇÃO PRÁTICA NO PROCESSO *BALL-AND-PLATE*

MARCELO WICHTHOFF PESSÔA E LEANDRO DOS SANTOS COELHO

*Laboratório de Automação e Sistemas, Grupo Produtônica
Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, PUCPR / PPGEPS
Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901 Curitiba, PR
E-mails: celowp@gmail.com; leandro.coelho@pucpr.br*

Abstract A technique for tuning of multivariable decoupled PID (Proportional-Integral-Derivative) controllers is presented in this paper. This technique is based on the solution of an optimization problem using Differential Evolution (DE). DE algorithm is an evolutionary algorithm which uses a rather greedy and less stochastic approach to problem solving than do classical evolutionary algorithms such as genetic algorithms, evolutionary programming, and evolution strategies. DE also incorporates an efficient way of self-adapting mutation using small populations. The potentialities of DE are its simple structure, easy use, and quality of solution. The performance of multivariable PID controllers shows good closed-loop responses in control of a ball-and-plate process using the gain parameters obtained by proposed approach.

Keywords— Multivariable PID control, optimization, differential evolution.

Resumo Uma técnica para sintonia de controladores PID (Proporcional-Integral-Derivativo) desacoplados multivariáveis é apresentada neste artigo. A técnica é baseada na solução de um problema de otimização usando Evolução Diferencial (ED). O algoritmo da ED é um algoritmo evolutivo que emprega uma abordagem mais gulosa e menos estocástica para resolver problemas do que os clássicos algoritmos evolutivos, tais como algoritmos genéticos, programação evolutiva e estratégias evolutivas. A ED também incorpora uma forma eficiente de mutação auto-adaptativa usando populações pequenas. As potencialidades da ED são sua estrutura simples, sua fácil utilização e a qualidade da solução obtida. O desempenho dos controladores PID multivariáveis mostram boa resposta em malha fechada no controle de um processo *ball-and-plate* usando os parâmetros de ganho obtidos pela abordagem proposta.

Palavras-chave Controle PID multivariável, otimização, evolução diferencial.

1 Introdução

A literatura tem apresentado muitos estudos referentes ao projeto e otimização de controladores do tipo PID (Proporcional-Integral-Derivativo) multivariáveis usando algoritmos evolutivos. Contudo, na sua grande maioria são abordagens que aplicam algoritmos genéticos (Zuo, 1995; Vlachos *et al.*, 1997; Herreros *et al.*, 2002; Vlachos *et al.*, 2002; Swiech, 2005; Coelho e Mariani, 2006; Chang, 2007). O controlador PID é o controlador mais popular e vastamente utilizado em sistemas industriais, principalmente pela sua facilidade de implementação e por sua vasta aceitação por parte dos operadores, este um fator chave para o sucesso em um ambiente industrial (Åström e Hägglund, 1995). O PID apresenta vantagens vinculadas ao seu baixo custo, simplicidade de implementação e, quando sintonizado adequadamente, proporciona um bom comportamento dinâmico ao processo controlado.

Este artigo apresenta uma abordagem de controle PID multivariável baseado em otimização dos ganhos de dois controladores PID por um algoritmo da computação evolutiva denominado Evolução Diferencial (ED). A ED é um paradigma útil para aplicações em problemas de otimização não-linear contínua. Basicamente, a ED realiza mutações nos vetores pela adição ponderada de diferenças

aleatórias entre eles. Storn (1997) relatou resultados impressionantes que mostram que a ED supera outros algoritmos evolutivos (*simulated annealing* adaptativo, Nelder e Mead com *annealing*, algoritmo genético *breeder*, estratégia evolutiva e equações diferenciáveis estocásticas) para abordagens de minimização em relação ao número de avaliações necessárias localizando o mínimo global de diversas funções teste consolidadas na literatura. Neste trabalho, o projeto do algoritmo de controle PID na forma desacoplada é validado, de forma experimental, em um processo multivariável denominado bola e chapa (*ball-and-plate*).

O restante do artigo é organizado da seguinte forma. A descrição do processo experimental bola e chapa é abordada na seção 2. Na seção 3 são apresentados os fundamentos de controle PID multivariável. O paradigma da ED e o procedimento para otimização dos controladores PID são detalhados na seção 4. A análise dos resultados obtidos da aplicação da abordagem de controle PID multivariável são apresentados na seção 5. Finalizando o artigo, a conclusão é apresentada na seção 6.

2 Descrição do Processo *Ball-and-Plate*

Neste processo tem-se por objetivo o controle da posição de uma bola que pode deslizar livremente sobre uma superfície quadrada (*plate*), conforme

apresentado na Fig. 1. O processo *ball-and-plate* (modelo CE 151) é comercializado pela empresa Tecquipment em conjunto com a empresa Humusoft (Ball and Plate Technical Manual, 1996). Neste contexto, na literatura são apresentadas diversas abordagens para identificação e projeto de controladores, tais como as propostas de Awatar e Craig (2000), Awatar *et al.* (2002), Fang *et al.* (2003), Rad *et al.* (2003) e Date *et al.* (2004).

Os dois sinais de controle (tensões aplicadas a dois motores DC, u_1 e u_2) atuam em dois motores localizados na parte inferior da mesa, que a movimentam ao redor dos eixos x e y . A informação da posição (posições y_1 e y_2 da bola, ou seja, as duas saídas do processo que representam as coordenadas dos eixos (x,y) da chapa) atual da bola é obtida com uma câmera digital do tipo CCD (*Charge Coupled Device*), situada a aproximadamente 1 metro acima da mesa, e transmitida para o computador conectado ao dispositivo *ball-and-plate*.

A descrição matemática do processo *ball-and-plate* é apresentada em Ball and Plate Technical Manual (1996).

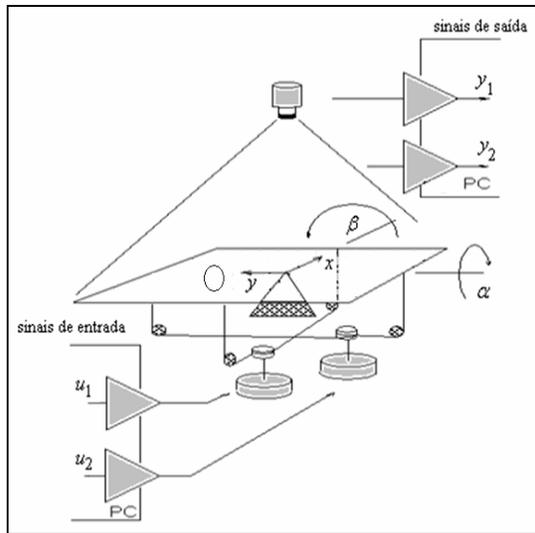


Fig. 1. Representação do processo *ball-and-plate*.

O sistema *ball-and-plate* consiste em uma chapa (mesa ou prato) com dimensão de 400 x 400 mm que está fixo por uma cruzeta no seu centro, de tal forma que a inclinação da chapa pode ser manipulada em dois sentidos perpendiculares. O sistema de controle é constituído de um drive de controle do motor, juntamente com os dois motores de passo que são utilizados para inclinar a chapa. Um sistema de visão artificial é usado para medição da posição da bola, através do uso de uma câmera tipo CCD. Esta câmera está fixa a uma haste unida à parte traseira do *ball-and-plate*, com um comprimento de 1100 mm. A posição da câmera na haste é ajustável.

A tarefa básica de controle é manter a posição de uma bola que rola livremente em uma chapa em um

ponto determinado. O *ball-and-plate* é um sistema dinâmico com duas entradas (o ângulo de inclinação da mesa) e duas saídas (a posição da bola na mesa). Ambas as coordenadas podem ser controladas independentemente. O sistema é discretizado devido ao fato que tanto os sensores quanto os atuadores operam de forma digital. O sistema é projetado para ser utilizado com controladores digitais. O peso total da estrutura é de aproximadamente 9 kg.

A atuação do sistema, ou seja, a rotação da chapa ao redor dos eixos x e y utiliza dois motores de passo, que são controlados em malha aberta. Cada passo do motor tem $0,001^\circ$. Já o sensor, no caso a câmera tipo CCD, possui uma resolução de 256 por 256 *pixels* com processamento digital de imagem.

Resumindo, este processo consiste de uma chapa articulada em seu centro tal que a inclinação da chapa pode ser manipulada em duas direções perpendiculares. O objetivo básico é controlar a posição de uma bola que rola livremente sobre a chapa, aplicando-se tensões aos motores, estas baseadas no conhecimento da posição da bola medida pelo sistema de visão.

3 Fundamentos de Controle PID Multivariável Desacoplado

O controlador *PID* multivariável abordado neste projeto tem configuração desacoplada e é regido pelas seguintes equações a diferenças:

$$u_n(k) = u_n(k-1) + q_{0,n}e_n(k) + q_{1,n}e_n(k-1) + q_{2,n}e_n(k-2) \quad (1)$$

onde

$$q_{0,n} = K_{p,n} \left(1 + \frac{T_s}{2T_{i,n}} + \frac{T_{d,n}}{T_s} \right) \quad (2)$$

$$q_{1,n} = -K_{p,n} \left(1 + \frac{2T_{d,n}}{T_s} - \frac{T_s}{2T_{i,n}} \right) \quad (3)$$

$$q_{2,n} = K_{p,n} \frac{T_{d,n}}{T_s} \quad (4)$$

onde T_s é o período de amostragem (neste trabalho foi adotado $T_s = 100$ ms), k é o número da amostra; n é o índice do controlador PID ($n = 1$, controlador PID para a coordenada x ; $n = 2$, controlador PID para a coordenada y ; da bola do processo bola e chapa), $u_n(k)$ é a o sinal de controle do controlador n ; $K_{p,n}$, $T_{i,n}$ e $T_{d,n}$ são as constantes que representam os ganhos de proporcional, tempo integral e tempo derivativo do controlador n ; $e_n(k)$ é o erro dado pela diferença entre a saída, $y_n(k)$, do processo e a referência desejada, $y_{r,n}(k)$. O objetivo da otimização pela ED é determinar os ganhos $K_{p,n}$, $K_{i,n}$ e $K_{d,n}$, tal que

$$K_{i,n} = \frac{K_{p,n}}{T_{i,n}} \quad (5)$$

$$K_{d,n} = K_{p,n} \cdot T_{d,n} \quad (6)$$

onde $K_{i,n}$ é o ganho integral e $K_{d,n}$ é o ganho derivativo do PID índice n .

Entretanto, como a ação de controle derivativa apresenta uma amplificação para sinais de alta frequência, o mesmo pode levar o sistema à instabilidade devido ao crescente ganho apresentado nesta faixa do espectro. Neste trabalho, adiciona-se um pólo ao termo derivativo, resultando na seguinte função de transferência para o controlador

$$K_{d,n} = \frac{K_{p,n} \cdot T_{d,n}}{1 + \frac{T_{d,n}}{w}} \quad (7)$$

Neste caso, adotou-se neste trabalho $w = 10$. A finalidade deste pólo é manter, em altas frequências, o ganho em, $K_{p,n} \cdot w$, limitando-se a amplificação dos ruídos (Silva, 2005).

4 Procedimento de otimização usando ED

A ED combina uma procura adaptativa aleatória com gerador aleatório com distribuição uniforme. Entre as vantagens da ED deve-se destacar: a simplicidade de estrutura, a facilidade no uso e a rapidez da convergência do procedimento de otimização.

Na ED clássica, cada variável (indivíduo) é representada por um valor real (ponto flutuante). A variante implementada neste trabalho foi a ED/rand/1/bin, que é regida pelas seguintes etapas:

Etapa 1: Iniciar os parâmetros de controle da evolução diferencial: O projetista deve escolher os parâmetros de controle da ED, tais como tamanho da população (M), limites (máximos e mínimos) das variáveis de otimização, taxa de mutação ($f_m(t)$), taxa de cruzamento (CR) e o critério de parada do procedimento de otimização, t_{max} , gerações.

Etapa 2: Iniciar o contador de gerações: Atribuir geração inicial, $t = 1$.

Etapa 3: Iniciar a população inicial de indivíduos (soluções): Gerar uma população inicial aleatória, com distribuição uniforme, de soluções factíveis à resolução do problema em questão, onde as regras de “reparo” garantem que os valores atribuídos as variáveis estão intrínsecas as fronteiras delimitadas pelo projetista.

Etapa 4: Avaliar os indivíduos da população: Avaliar a função objetivo (custo) de cada um dos indivíduos da população.

Etapa 5: Aplicar a operação de mutação (ou operação diferença): A mutação é uma operação que adiciona um vetor diferencial para o vetor dos indivíduos da população, de acordo com a equação:

$$z_i(t+1) = x_{i,r_1}(t) + f_m(t)[x_{i,r_2}(t) - x_{i,r_3}(t)] \quad (8)$$

onde $i=1,2,\dots,M$ é o índice do indivíduo da população; $j=1,2,\dots,n$ é a posição do indivíduo em um espaço n -dimensional; t é a geração (tempo); $x_i(t) = [x_{i_1}(t), x_{i_2}(t), \dots, x_{i_n}(t)]^T$ consiste da posição do i -ésimo indivíduo de uma população de M vetores n -dimensionais; $z_i(t) = [z_{i_1}(t), z_{i_2}(t), \dots, z_{i_n}(t)]^T$ é responsável pela posição do i -ésimo indivíduo de um vetor que sofrerá mutação; r_1, r_2 e r_3 são valores inteiros mutuamente diferentes, selecionados aleatoriamente com distribuição uniforme do conjunto $\{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, N\}$; $f_m(t) > 0$ é um parâmetro real denominado de taxa de mutação, que controla a amplificação da diferença entre os dois indivíduos de índices r_2 e r_3 para evitar a estagnação da busca e é usualmente projetado com valores no intervalo $[0,4; 1,0]$.

Etapa 6: Aplicar a operação de cruzamento: Após a operação de mutação, o cruzamento (ou recombinação) é aplicado a população. O cruzamento é empregado para gerar um novo vetor tentativa ou vetor doador (*trial vector*) pela substituição de certos parâmetros do vetor destino (*target vector*) pelos seus parâmetros correspondentes ao vetor doador, estes gerados aleatoriamente.

Nesta operação, para cada vetor, $z_i(t+1)$, um índice $rnbr(i) \in \{1, 2, \dots, n\}$ é escolhido aleatoriamente usando uma função densidade de probabilidade uniforme, e um vetor denominado de vetor tentativa, $u_i(t+1) = [u_{i_1}(t+1), u_{i_2}(t+1), \dots, u_{i_n}(t+1)]^T$. Neste caso é gerado um novo vetor tal que,

$$u_{i_j}(t+1) = \begin{cases} z_{i_j}(t+1), & \text{se } randb(j) \leq CR \text{ ou } j = rnbr(i), \\ x_{i_j}(t), & \text{se } randb(j) > CR \text{ ou } j \neq rnbr(i) \end{cases} \quad (9)$$

onde $randb(j)$ é a j -ésima avaliação da geração de um número aleatório com distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$; e CR é a taxa de cruzamento (ou recombinação) no intervalo $[0, 1]$. Geralmente, o desempenho do algoritmo de ED depende do projeto de três variáveis: o tamanho da população, M , a taxa de mutação, $f_m(t)$, e a taxa de cruzamento, CR .

Etapa 7: Aplicar a operação de seleção: A seleção é um procedimento em que os “melhores” descendentes (indivíduos filhos) são produzidos. Para decidir se o vetor $u_i(t+1)$ será (ou não) um membro

da população na próxima geração, ele é comparado com o vetor $x_i(t)$. Assim considerando que F denota a função objetivo sob minimização, então:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} u_i(t+1), & \text{se } F(u_i(t+1)) < F(x_i(t)), \\ x_i(t), & \text{outros.} \end{cases} \quad (10)$$

Neste caso, o custo de cada vetor tentativa $u_i(t+1)$ é comparado com seu vetor destino $x_i(t)$. Se o custo, F , do vetor destino $x_i(t)$ é tem valor menor que o custo do vetor tentativa, é permitido ao vetor destino continuar na próxima geração. Caso contrário, o vetor destino é substituído pelo vetor tentativa na próxima geração.

Etapa 8: *Verificar se o critério de parada foi atendido*: Atribuir à geração $t = t + 1$. Retornar para a Etapa 4 até que o critério de parada seja atendido, usualmente o número máximo de gerações permitido, t_{max} .

5 Resultados de otimização

A otimização dos ganhos do controlador PID multivariável é realizada através da ED. A aptidão (*fitness*), F , dos indivíduos (soluções para o problema) é dada por:

$$F = \sum_{k=1}^N k \cdot |e_1(k)| + \sum_{k=1}^N k \cdot |e_2(k)| \quad (11)$$

onde k é o número da amostra; $e_n(k)$ é o erro dado pela diferença entre a saída, $y_n(k)$, do processo e a referência desejada, $y_{r_n}(k)$. O objetivo da

otimização através da ED é a minimização do valor de F .

Nos experimentos práticos de otimização pela ED no projeto de controle PID multivariável foram utilizados os seguintes parâmetros de projeto:

- tamanho da população, M : 30 indivíduos;
- número máximo de gerações, t_{max} : 200;
- espaço de busca dos ganhos $K_{p,n}$, $K_{i,n}$ e $K_{d,n}$ do PID entre 0 e 1;
- restrições da saída do processo:
coordenada x : $y_1 \in [-1;1]$ e
coordenada y : $y_2 \in [-1;1]$.

Os melhores ganhos obtidos para os dois controladores PID com a otimização via ED são apresentados na Tabela 1. Neste caso, obteve-se $F = 2505,6$.

Tabela 1. Melhor resultado usando ED para otimização dos ganhos para controle PID multivariável.

Ganhos obtidos pela ED para o controlador PID ₁		
$K_{p,1}$	$K_{i,1}$	$K_{d,1}$
0,290011	0,000405	0,344169
Ganhos obtidos pela ED para o controlador PID ₂		
$K_{p,2}$	$K_{i,2}$	$K_{d,2}$
0,287955	0,004652	0,307252

Nesta etapa, os três ganhos de cada um dos dois controladores PID obtidos pela ED foram obtidos através de 6000 avaliações (tamanho da população vezes o número máximo de gerações) de função objetivo no controle do processo *ball-and-plate*, conforme apresentado no diagrama da Fig. 2.

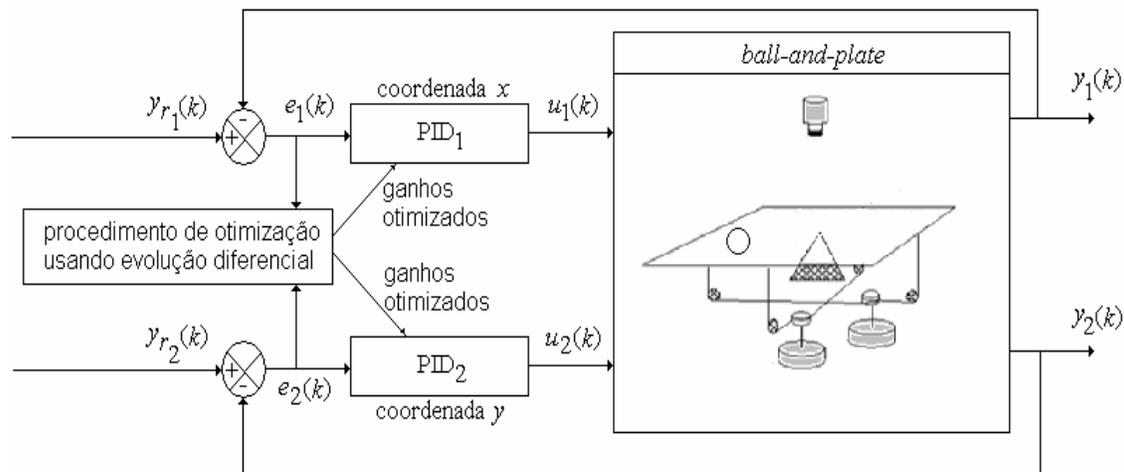


Fig. 2. Representação da otimização dos PIDs usando ED para o processo *ball-and-plate*.

Os melhores resultados para o projeto do controlador PID multivariável através da ED são apresentados nas Figs. 3 a 7, respectivamente. Nota-se que para diferentes sinais de referência a saída do processo seguiu a trajetória.

No entanto, observa-se que existe um pequeno erro em regime permanente. Nota-se um comportamento oscilatório da posição da bola sobre a chapa quando as saídas obtidas estão próximas dos valores das saídas desejadas, pois o processo é sensível a pequenas variações de movimentação da chapa. Este comportamento deve-se principalmente à dinâmica não-modelada do processo, pois: (i) a bola utilizada no processo é de tênis de mesa, portanto muito leve e apesar do movimento da chapa nesta situação ter sido suave, ocorre a presença de trepidação quando a bola está quase parada; (ii) a bola empregada nos experimentos possui defeitos, ou seja, não é perfeitamente esférica dificultando uma movimentação uniforme sobre a chapa; e (iii) a influência da calibração do sistema de visão para capturar de forma precisa a posição da bola sobre a chapa (a chapa é de cor preta, mas em determinadas condições gera reflexo indesejado) e enviar para o *software* de controle o valores das coordenadas x e y do centro da bola.

Em relação ao esforço de controle, os sinais de controle u_1 e u_2 apresentaram uma pequena variância de aproximadamente 0,0077 e 0,0339, respectivamente, para os resultados apresentados nas Figs. 3 a 7.

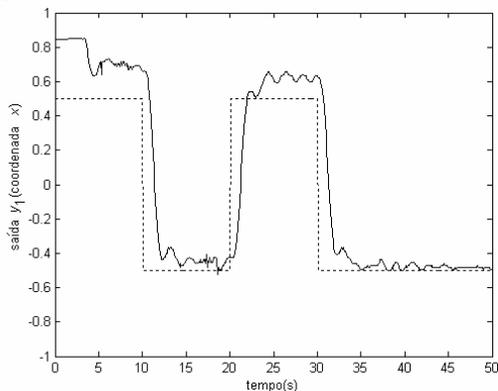


Fig. 3. Saída y_1 do processo *ball-and-plate* (coordenada x).

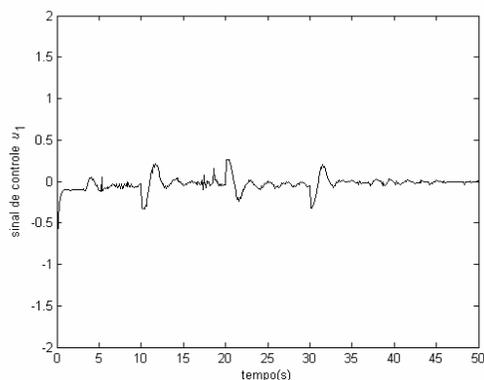


Fig. 4. Ação de controle u_1 do processo *ball-and-plate*.

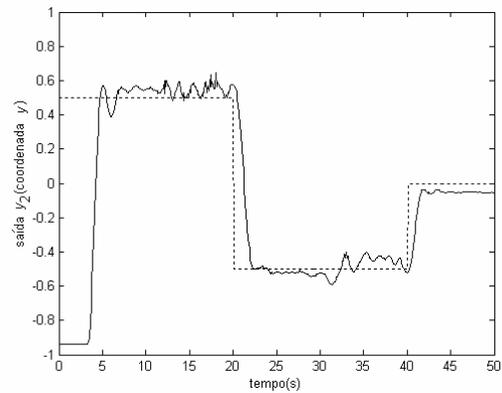


Fig. 5. Saída y_2 do processo *ball-and-plate* (coordenada y).

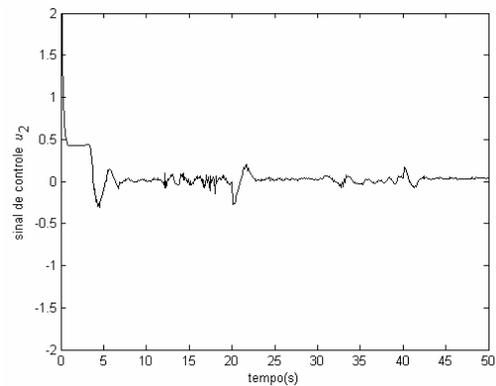


Fig. 6. Ação de controle u_2 do processo *ball-and-plate*.

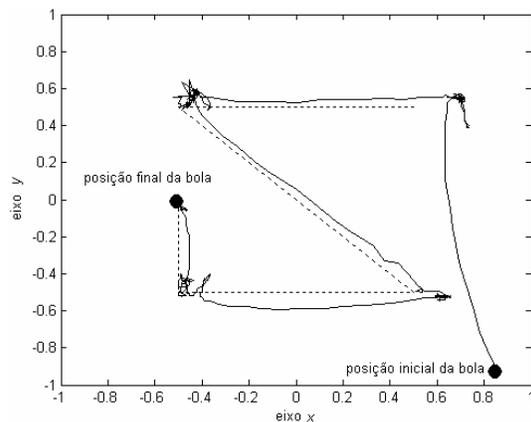


Fig. 7. Representação da trajetória da bola na chapa do processo *ball-and-plate*.

6 Conclusão

Neste artigo foi apresentada uma abordagem de otimização para a sintonia de dois controladores do tipo PID desacoplados baseado em ED. A abordagem de controle foi validada em um processo experimental *ball-and-plate*.

Este processo é um estudo de caso de controle multivariável não-linear. Este problema é um desafio em controle e pode ser interessante para o estudo e teste de abordagens de controle multivariável.

Os resultados preliminares apresentados neste artigo foram promissores, pois o projeto de controle foi testado com sucesso em uma situação prática de seguimento de referência.

Em futuros estudos para continuação deste projeto visa-se comparar os resultados obtidos pela ED com outras abordagens de algoritmos evolutivos, tais como algoritmos genéticos e programação evolutiva.

Agradecimentos

Ao Programa Insitucional de Bolsas de Iniciação Científica – PIBIC da PUCPR pela bolsa concedida (projeto número 60451) ao primeiro autor deste artigo.

Referências Bibliográficas

- Åström, K. J.; Hägglund T. (1995). *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. *Instrument Society of America*, Research Triangle Park, North Carolina, USA.
- Awtar, S. e Craig, K. C. (2000). Mechatronic design of a ball on plate balancing system, *Proceedings of 7th Mechatronics Forum International Conference*, Atlanta, Georgia, USA.
- Awtar, S., Boklund, N., Master, A., Ueda, D. And Craig, K. C. (2002). Mechatronic design of ball on plate balancing system, *Mechatronics*, **12**(2): 217-228, 2002.
- Ball and Plate Technical Manual (1996). User's manual of CE151 Ball & Plate Apparatus, Tecquipment and Humusoft, Prague, Czech Republic.
- Chang, D. -W. (2007). A multi-crossover genetic approach to multivariable PID controllers tuning, *Expert Systems with Applications*, **33**(3): 620-626.
- Coelho, L. S. e Mariani, V. C. (2006). Sistema híbrido neuro-evolutivo aplicado ao controle de um processo multivariável, *SBA Controle & Automação*, **17**(1): 32-48.
- Date, H., Sampei, M., Ishikawa, M. e Koga, M. (2004). Simultaneous control of position and orientation for ball-plate manipulation problem based on time-state control form, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **20**(3): 465-479, 2004.
- Fan, X., Zhang, N. e Teng, S. (2003). Trajectory planning and tracking of ball and plate system using hierarchical fuzzy control scheme, *Fuzzy Sets and Systems*, **144**(2): 297-312.
- Herreros, A., Baeyens, E. e Perán, J. R. (2002). Design of PID-type controllers using multiobjective genetic algorithms, *ISA Transactions*, **41**(4): 457-472.
- Rad, A. B., Chan, P. T., Lo, W. L. e Mok, C. K. (2003). An online learning fuzzy controller, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **50**(5): 1016-1021.
- Silva, F. T. (2005). *Simulated annealing aplicado ao problema de sintonia de parâmetros de controladores PID*, Projeto de conclusão de curso, Curso de Engenharia de Controle e Automação, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG.
- Storn, R. (1997). Differential evolution — a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, *Journal of Global Optimization*, **11**(4): 341-359.
- Storn, R. e Price, K. (1995). Differential evolution: a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces, *Technical Report TR-95-012*, International Computer Science Institute, Berkeley, CA, USA.
- Swiech, M. C. S. (2005). Algoritmos genéticos para sintonia simultânea de múltiplos controladores em processo de refino, Dissertação de mestrado, Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR.
- Vlachos, C., Evans, J. T. e Williams, D. (1997). PI controller tuning for multivariable processes using genetic algorithms, *Proceedings of 2nd International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations And Applications*, GALEZIA 97, Glasgow, Scotland, pp. 43-49.
- Vlachos, C., Williams, D. e Gomm, J. B. (2002). Solution to the Shell standard control problem using genetically tuned PID controllers, *Control Engineering Practice*, **10**(2): 151-163.
- Zuo, W. (1995). Multivariable adaptive control for a space station using genetic algorithms, *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, **142**(2): 81-87.